Classe : 3ème

Fascicule ADEM

Géométrie : Racine carrée

Page : 7

Exercice : 4

Enoncé :

1. On considère l'expression $X = \sqrt{300} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{75}$.

   Écris X sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs.

2. Calcule $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$ puis déduis-en l'écriture de $Y = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ avec un seul radical.

Correction :

1. Écris X sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs.

$X = \sqrt{300} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{75}$ on écrit chaque radicande sous la forme d'un produit avec un carré parfait

$X = \sqrt{100 \times 3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{25 \times 3}$ on applique la formule $\sqrt{\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}} = \sqrt{\boldsymbol{a}} \times \sqrt{\boldsymbol{b}}$ pour séparer les produits

$X = \sqrt{100} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{25} \times \sqrt{3}$ on simplifie les racines carrées des carrés parfaits

$X = 10\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4 \times 5\sqrt{3}$

$X = 10\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 20\sqrt{3}$ on réduit l'expression

$X = -8\sqrt{3}$

2. Calcule $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2$ on remarque qu'on est en face d'une égalité usuelle sous la forme $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2$

$= 4 - 4 \times \sqrt{3} + 3$ on développpe l'expression en appliquant la formule $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^2 = 7 - 4\sqrt{3}$

déduisons l'écriture de $Y = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ avec un seul radical.

$Y = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ on reconnait la radicande $7-4\sqrt{3}$ car l'on avait déjà trouvé, c'est égal à $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$ on remplace

$Y = \sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$ on a une expression sous la forme $\sqrt{a^2}$ qui est égal à $|a|$

$Y = \left|2-\sqrt{3}\right|$ son signe depend du signe de l'expression, on élève les termes au carré pour les comparer

$2^2 = 4$ et $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ alors $2-\sqrt{3} > 0$

$Y = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$ puis on simplifie de cette manière étant donné que l'expression est positive